



si deve conoscere la **f**, che è l'incognita. Usando la 4, si utilizza la **b**, assegnata, e per ricavare la **h** si utilizza la regola 3 essendo noti **a** e **b**. Il procedimento di deduzione è quindi [3,4].

Per la terza domanda (che chiede di dedurre **g**) si osservi che si può usare soltanto la 2 utilizzando la **a**, assegnata, e ricavando la **f** dalla 4 o dalla 6. Quest'ultima non è usabile perché per ricavare uno degli antecedenti, la **g**, si deve conoscere la **f**, che è l'incognita da dedurre; si utilizza, quindi, la 4 che utilizza come antecedenti la **b**, data, e la **h**, ricavabile dalla 3, essendo noti **a** e **b**. Il procedimento di deduzione è quindi [3,4,2].

ESERCIZIO 2

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS – 2018, problema ricorrente PIANIFICAZIONE.

PROBLEMA

La tabella che segue descrive le attività di un progetto (indicate rispettivamente con le sigle A1, A2, ...), riportando per ciascuna di esse il numero di persone assegnato e il numero di giorni necessari per completarla.

Attività	Persone	Giorni
A1	3	3
A2	5	1
A3	4	3
A4	4	2
A5	2	4
A6	6	2
A7	2	1
A8	3	3

Le priorità tra le attività sono: [A1,A2], [A2,A3], [A2,A4], [A3,A5], [A4,A5], [A5,A6], [A6, A7], [A7, A8].

Trovare il numero **N** di giorni necessari per completare il progetto, tenuto presente che alcune attività possono essere svolte in parallelo e che ogni attività deve iniziare prima possibile (nel rispetto delle priorità). Inoltre, trovare il numero massimo **PM** di persone che lavorano contemporaneamente al progetto.

N	
PM	

minore o eguale a 61) e tra queste scegliere quella di maggior valore.

Combinazioni	Valore	Peso	Trasportabili
[m1,m2,m3]	47	47	Si
[m1,m2,m4]	35	62	No
[m1,m2,m5]	37	50	Si
[m1,m3,m4]	39	65	No
[m1,m3,m5]	41	53	Si
[m1,m4,m5]	29	68	No
[m2,m3,m4]	44	51	Si
[m2,m3,m5]	46	39	Si
[m2,m4,m5]	34	54	Si
[m3,m4,m5]	38	57	Si

Dal precedente prospetto la soluzione si deduce facilmente.

N.B. Conviene elencare (costruire) prima tutte le combinazioni che iniziano col “primo” minerale, poi tutte quelle che iniziano col “secondo” minerale, e così via, in modo da essere sicuri di averle considerate tutte.

ESERCIZIO 4

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS – 2018, problema ricorrente FLUSSI IN UNA RETE

PROBLEMA

Un reticolo di canali è descritto dalle seguenti due tabelle:

$s(a,20)$, $s(b,3)$, $s(c,1)$, $s(d,2)$, $s(e,3)$, $s(f,2)$, $s(g,2)$, $s(h,2)$, $s(i,1)$, $s(j,8)$, $s(k,2)$, $s(l,14)$

$r(a,b)$, $r(a,c)$, $r(a,d)$, $r(a,e)$, $r(b,c)$, $r(b,f)$, $r(c,d)$, $r(c,f)$, $r(d,g)$, $r(e,g)$, $r(f,h)$, $r(g,h)$, $r(g,i)$, $r(h,j)$, $r(h,k)$, $r(i,k)$, $r(i,l)$

Disegnare il reticolo, evitando incroci fra i rigagnoli, e determinare la quantità di acqua che esce dai nodi d, f, i, k

d	
---	--



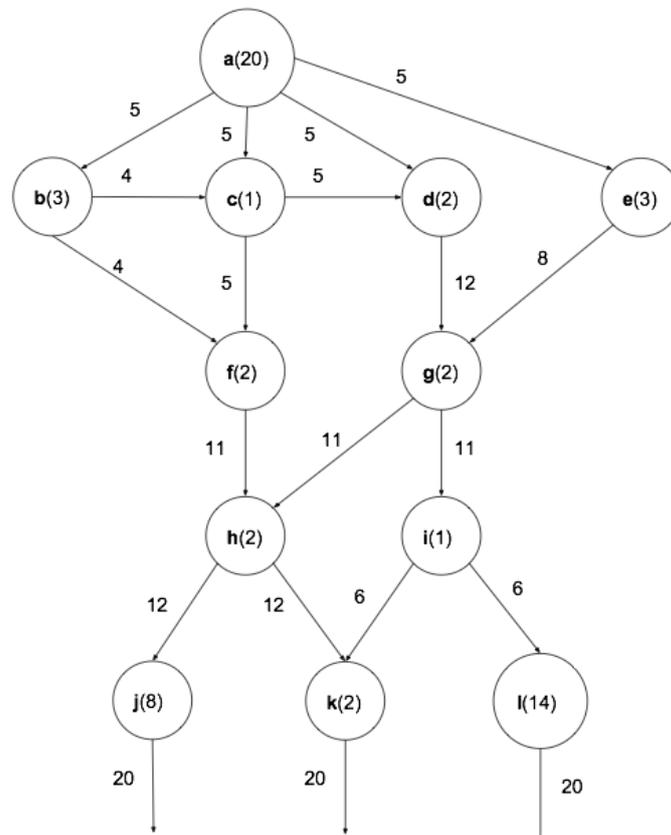
f	
i	
k	

SOLUZIONE

d	12
f	11
i	12
k	20

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Occorre essenzialmente disegnare il reticolo; la portata delle sorgenti è assegnata; la soluzione segue applicando le regole per calcolare la portata dei canali. Naturalmente occorre aggiungere dei canali in uscita dai nodi j, k, l.





	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
10	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
22	w	x	y	z	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v
4	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c	d

ESERCIZIO 6

Si faccia riferimento alla GUIDA OPS – 2018, problema ricorrente SOTTOSEQUENZE.

PROBLEMA

Considerate la sequenza descritta dalla seguente lista:

[50,29,31,84,21,107,22,76,98,97,50,101]

Si trovi la lista L che elenca i numeri che formano la più lunga sottosequenza strettamente decrescente (“strettamente” vuol dire che nella sottosequenza non devono esserci numeri ripetuti).

L []

SOLUZIONE

L [107,98,97,50]

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Anche in questo problema la struttura della sequenza principale è complessa ed è quindi opportuno effettuare una ricerca tra tutte le sottosequenze decrescenti, per individuare la più lunga.

Le sottosequenze decrescenti che iniziano con 50 sono:

[50,29,21]

[50,29,22]

[50,31,21]

[50,31,22]

[50,21]

[50,22]

[50,50]

Quelle che partono da 29

[29,21]

[29,22]

Quelle che partono da 31

[31,21]

[31,22]

Quelle che partono da 84

[84,21]

[84,22]

[84,76,50]

[84,50]

Quelle che partono da 21

[21]

Quelle che partono da 107

[107,22]

[107,76,50]

[107,98,97,50]

[107,98,50]

[107,97,50]

[107,50]

[107,101]

Quelle che partono da 22

[22]

Quelle che partono da 76

[76,50]

Quelle che partono da 98

[98,97,50]

[98,50]

Quelle che partono da 97

[97,50]

Quelle che partono da 50

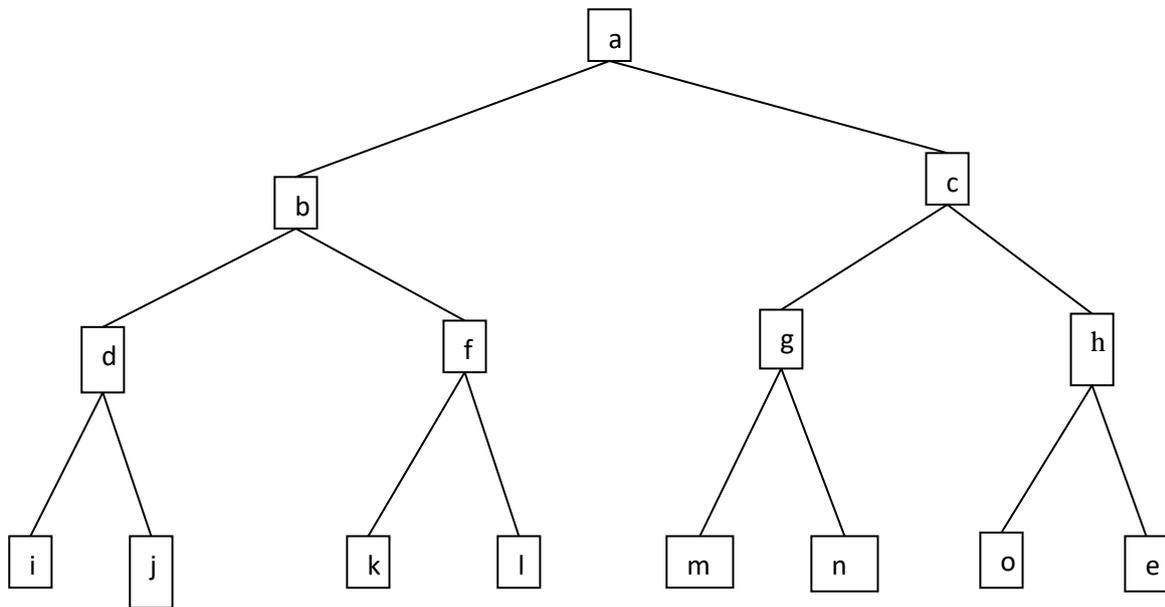
[50]

Quelle che partono da 101

[101]

La soluzione segue immediatamente dal confronto delle lunghezze tra tutte le sottosequenze sopra elencate.

L'albero è il seguente:



I risultati seguono immediatamente dalle definizioni.

ESERCIZIO 8

Sei amici (Alice, Bob, Carlo, Diana, Elena, Franco) che vanno spesso al cinema e, per evitare di sedersi sempre negli stessi posti, decidono che ogni volta utilizzeranno una stessa regola per **cambiare posto rispetto a dove erano seduti la volta precedente.**

I posti sono numerati da 1 a 6, e gli amici indicati con la loro iniziale maiuscola.

La regola che si sono dati è la seguente:

- Chi era nel posto 1 va nel posto 3 `sposta(1,3)`
- Chi era nel posto 2 va nel posto 1 `sposta(2,1)`
- Chi era nel posto 3 va nel posto 6 `sposta(3,6)`
- Chi era nel posto 4 va nel posto 5 `sposta(4,5)`
- Chi era nel posto 5 va nel posto 4 `sposta(5,4)`
- Chi era nel posto 6 va nel posto 2 `sposta(6,2)`

La prima volta che vanno al cinema (situazione di partenza), sono disposti come indicato nella tabella:

Posto	1	2	3	4	5	6
Amici (1 ^a volta)	A	B	C	D	E	F

La seconda volta applicheranno la regola alla situazione di partenza e si disporranno come indicato in tabella:

Posto	1	2	3	4	5	6
Amici (2 ^a volta)	B	F	A	E	D	C

La terza volta **applicheranno la regola ai posti della seconda volta** e si disporranno come indicato in tabella:

Posto	1	2	3	4	5	6
Amici (3 ^a volta)	F	C	B	D	E	A

PROBLEMA

Data la situazione di partenza:

Posto	1	2	3	4	5	6
Amici (1 ^a volta)	A	B	C	D	E	F

e la regola:

sposta(1,3)

sposta(2,1)

sposta(3,6)

sposta(4,5)

sposta(5,4)

sposta(6,2)

rispondere alle seguenti domande:

1. Quale sarà la disposizione degli amici nei posti la **quarta** volta che vanno al cinema? Inserire l'iniziale (maiuscola) di ciascun partecipante nella seguente tabella.

Posto	Amici (4 ^a volta)
1	
2	
3	
4	
5	
6	

2. Quale sarà l'associazione posti-amici la **decima** volta?

Posto	Amici (10 ^a volta)
1	
2	
3	
4	
5	
6	

SOLUZIONE

1. La disposizione sarà

Posto	1	2	3	4	5	6
Amici (4 ^a volta)	C	A	F	E	D	B

2. La disposizione sarà la stessa della 2^a volta, e cioè

Posto	1	2	3	4	5	6
Amici (10 ^a volta)	B	F	A	E	D	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Basterà applicare la regola per quattro volte, per ottenere la tabella che indica dove si siederanno gli amici dalla prima alla quinta volta.

Posto	1	2	3	4	5	6
Amici (1 ^a volta)	A	B	C	D	E	F
Amici (2 ^a volta)	B	F	A	E	D	C
Amici (3 ^a volta)	F	C	B	D	E	A
Amici (4 ^a volta)	C	A	F	E	D	B
Amici (5 ^a volta)	A	B	C	D	E	F

Notare che, la 5^a volta, gli amici si risiedono negli stessi posti della prima volta, e dunque da questo punto in poi la tabella si ripeterà: in particolare, ogni quattro volte si tornerà alla situazione di partenza (1^a, 5^a, 9^a volta, e così via).

Pertanto la 10^a volta equivarrà alla 2^a volta.

ESERCIZIO 9

Si faccia riferimento alla GUIDA - OPS 2018, ELEMENTI DI PSEUDOLINGUAGGIO.

PROBLEMA

Si consideri la seguente procedura ALFA.

```

procedure ALFA;
variables A, B, H, K integer;
A ← 3;
input B;
H ← A + B;

```

```
A ← A + B;
K ← A + B;
output H, K;
endprocedure;
```

Sapendo che al termine della esecuzione la differenza fra K e H è 9, determinare il valore di input per B e i corrispondenti valori di output.

Scrivere le soluzioni nella seguente tabella.

B	
H	
K	

SOLUZIONE

B	9
H	12
K	21

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

Per la verifica, eseguire passo per passo gli *statement* della procedura, come illustrato di seguito.

ultimi 3 <i>statement</i> di assegnazione	valore assunto dalle variabili a sinistra di ←
H ← A + B;	3 + 9 = 12
A ← A + B;	3 + 9 = 12
H ← A + B;	12+9 = 21

ESERCIZIO 10

Leggi il testo con attenzione e poi rispondi agli stimoli che ti vengono proposti. La risposta corretta è solamente UNA.

Tre secoli densi di storia

- 476.** Odoacre, re degli Eruli, depone Romolo Augustolo, ponendo fine all'impero romano d'occidente;
- 493.** Teodorico, capo degli Ostrogoti, sconfigge e uccide Odoacre;
- 535 – 553.** Guerra greco – gotica: l'impero bizantino d'Oriente si impadronisce dell'intera penisola, ma con un'occupazione molto precaria;
- 565.** I Longobardi, in Pannonia, assoggettano i Gepidi;
- 568.** Dalla Pannonia i Longobardi invadono l'Italia sotto la guida del re Alboino, che ha sposato Rosmunda, figlia di Cunimondo, capo dei Gepidi ucciso in battaglia;
- 572.** Pavia cede dopo aver resistito a un assedio durato tre anni;
- 574.** Morte del re longobardo Clefi. Inizia un decennio di anarchia ducale;
- 584.** L'impero bizantino crea l'esarcato di Ravenna. Autari è il nuovo re longobardo;
- 590.** Gregorio Magno diventa papa. Muore Autari e il successore Agilulfo sposa la vedova Teodolinda;
- 622.** L'Egira: abbandono della Mecca da parte di Maometto e trasferimento a Medina;
- 628.** L'imperatore Eraclio vince i Persiani;
- 642.** Gli Arabi occupano l'Egitto;
- 661.** Califfato degli Ommiadi con capitale Damasco;
- 673.** Gli Arabi, dopo la Tunisia, conquistano Costantinopoli;
- 711 – 712.** Gli Arabi conquistano la Spagna, ponendo fine al regno dei Visigoti. Il nuovo re è Liutprando;
- 728.** Donazione di Sutri: inizia il potere temporale del papa;
- 732.** Vittoria di Carlo Martello sugli Arabi a Poitiers;
- 754.** Pipino il Breve, re franco, muove l'esercito in Italia contro il re longobardo Astolfo ed è respinto;
- 756.** Desiderio succede ad Astolfo sul trono di Pavia;
- 774.** Carlo Magno, dopo aver unificato il regno franco, sconfigge Desiderio alle Chiuse, vicino a Susa. Fine del regno, ma la "Longobardia meridionale" resiste ancora. Durante questo periodo si sono avvicendati 24 re longobardi, 37 pontefici, 19 imperatori di Bisanzio.



Tratto dall'articolo, "Longobardo sarai tu" di Marisa Ranieri Panetta, L'Espresso, 27 agosto 2017

PROBLEMA

Rispondere alle seguenti domande numerate, riportando nella successiva tabella la lettera maiuscola (senza punto) corrispondente alla risposta ritenuta corretta.

1. Il brano cita spesso due forme di potere

- A. Quella temporale (in mano al papa) e quella spirituale (in mano ai vescovi);
- B. Quella spirituale (attribuita al papa) e quella territoriale (attribuita alle popolazioni usurpatrici);
- C. Quella "Romana" e quella "barbara", tipica dei popoli che invasero l'Italia dopo la caduta dell'Impero Romano d'Occidente;
- D. Quella temporale (per convenzione in mano all'imperatore) e quella spirituale (attribuito al papa);

2. Si fa riferimento ad un avvenimento fondamentale per la cronologia di una precisa popolazione:

- A. La successione di Astolfo sul trono di Pavia;
- B. La sconfitta di Odoacre;
- C. L'Egira;
- D. La creazione dell'esarcato di Ravenna.

3. Si fa riferimento ad un avvenimento che ha a che fare con una essenziale peculiarità ed interpretazione cronologica di una fase storica, soprattutto per gli Italiani o per molte popolazioni occidentali:

- A. La vittoria di Carlo Martello sugli Arabi;
- B. Maometto si trasferisce a Medina;
- C. Il decennio di "anarchia ducale";
- D. La deposizione di Romolo Augustolo da parte di Odoacre.

4. A proposito della sintassi del testo:

- A. Compagno quasi esclusivamente frasi nominali;
- B. Essa è costruita senza nessun tipo di subordinata;
- C. E' fondamentalmente ipotattica;
- D. E' fondamentalmente paratattica.

5. La tipologia di testo presentata è:

- A. Informativa;
- B. Regolativa;
- C. Cronologica;
- D. Narrativa.

6. Quando si cita la donazione di Sutri del 728 e il conseguente inizio del "potere temporale" del papa, si vuole intendere che

- A. Fu uno degli avvenimenti da cui nacque la prima forma di stato della Chiesa;
- B. Il papa iniziò a doversi occupare anche di "ricchezze", patrimoni monetari e territoriali;
- C. Il papa poteva ottenere anche la nomina di Imperatore, a patto che abbandonasse la sede romana;
- D. Fu uno degli avvenimenti da cui nacque la prima forma di stato della Chiesa unita all'Impero di Carlo Magno.



7. Nella parte finale del testo “774. Carlo Magno, dopo aver unificato il regno franco, sconfigge Desiderio alle Chiuse, vicino a Susa. Fine del regno, ma la “Longobardia meridionale” resiste ancora. Durante questo periodo si sono avvicinati 24 re longobardi, 37 pontefici, 19 imperatori di Bisanzio.” si rintracciano:

- A. Un paragone e una sinestesia;
- B. Un’antitesi e un’enumerazione;
- C. Un’antitesi e una similitudine;
- D. Un’enumerazione e un verbo onomatopeico;

8. Tra le varie cariche politiche, temporali o ecclesiastiche (re, capo, papa, imperatore, pontefice) se ne cita una la cui etimologia che ha a che vedere con

- A. Una particolare tecnica militare di combattimento;
- B. Un particolare copricapo;
- C. Una infrastruttura;
- D. Il gioco degli scacchi.

DOMANDA	RISPOSTA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

SOLUZIONE

DOMANDA	RISPOSTA
1	D
2	C
3	D
4	D
5	A
6	A
7	B
8	C

COMMENTI ALLA SOLUZIONE

1. Nel linguaggio comune della storia si attribuisce il potere “spirituale” al papa, mentre quello che si “esaurisce” nel tempo, cioè quello “temporale”, all’Imperatore [risposta D, corretta]; le altre risposte contengono informazioni errate o parzialmente corrette;
2. Il “conteggio” del calendario per le popolazioni di fede musulmana prende il via dall’episodio dell’**egira** che indica il trasferimento dei primi devoti musulmani e del loro capo Maometto dalla natia Mecca alla volta di Yathrib. L’egira per antonomasia è quella che organizzò nel 622 lo stesso Maometto verso la città-oasi di Yathrib, poi rinominata Medina (propriamente *Madīnat al-*



Nabī, "Città del Profeta"). Spesso la datazione secondo questo calendario viene indicata affiancando alla cifra dell'anno la sigla *H*. (dall'arabo *Hiġrī* "relativo all'Egira") [risposta C, corretta]. Le altre risposte contengono informazioni errate.

3. La deposizione dell'ultimo imperatore romano Romolo Augustolo, da parte di Odoacre, re degli Eruli, 476 d.C. è la data che segna, per convenzione di moltissimi studiosi "occidentali", l'inizio del Medioevo [risposta D, corretta]; le altre risposte contengono informazioni errate.
4. Compiono 5 frasi nominali (**574. Morte del re longobardo Clefi; 622. L'Egira: abbandono della Mecca da parte di Maometto e trasferimento a Medina; 661. Califfato degli Ommiadi con capitale Damasco; 728. Donazione di Sutri; 732. Vittoria di Carlo Martello sugli Arabi a Poitiers**) [risposta A, errata]; compiono subordinate ([...] ponendo fine all'impero romano d'occidente; [...] che ha sposato Rosmunda, ecc.) [risposta B, errata]; la sintassi è costruita, soprattutto con periodi brevi, composti da principali e coordinate [risposta D, corretta, C, errata];
5. Il testo è "informativo" poiché è costruito con dati e informazioni lineari, chiare e corrette [risposta A, corretta]; il testo è una linea del tempo cronologica, ma non esiste una tipologia di testo definita "cronologica" [risposta C, errata]; le altre risposte contengono informazioni errate;
6. La **Donazione di Sutri** (se non la si conosce, basta compiere una veloce ricerca in Internet) è una concessione formale nel 728 dal re dei **Longobardi Liutprando** a favore di papa Gregorio II e comprendente i Castelli di Sutri (Viterbo), Orte (Viterbo), Amelia (Terni) e Bisanzio (Viterbo), costituenti i caposaldi della cintura difensiva del ducato bizantino a Roma. Probabilmente fu contemporanea alla formulazione della apocrifia **donazione di Costantino** e, secondo una parte della storiografia, viene posta convenzionalmente alle origini dello Stato della Chiesa e dell'esercizio del potere temporale dei papi [risposta A, corretta]; le altre risposte contengono informazioni errate;
7. "**Fine del regno, ma la "Longobardia meridionale" resiste ancora. = è un'antitesi; Durante questo periodo si sono avvicinati 24 re longobardi, 37 pontefici, 19 imperatori" = è un'enumerazione [risposta B, corretta]; le altre risposte contengono informazioni errate;**
8. Il termine "pontefice" deriva dal latino *pontifex -fīcis*, che tradizionalmente si ritiene composto di *pons pontis* «ponte» e dal tema di *facēre* «fare»: inizialmente il termine designava forse colui che curava la costruzione del ponte sul Tevere [risposta C, corretta]; le altre risposte contengono informazioni errate.

ESERCIZIO 11

PROBLEM

Dom is a very eager person, so eager that he bought a big amount of candies, but he is also very generous and he decides to share the candies with his friends. He gives a third to Emmanuel, a fourth to Alex and the half of what remains to his sister. Alex, however, is on diet and he decides to give 60% of the received candies to his brother, with 12 pieces of candy remaining. How many candies remain for Dom? Put your answer in the box below.

SOLUTION

25

TIPS FOR THE SOLUTION

We call with r the number of candies that remain for Dom and t the total amount of the pieces of candies we bought. We know that:

$$= \frac{1}{2} \left(t - \frac{1}{3}t - \frac{1}{4}t \right) \quad \text{and} \quad \frac{40}{100} \cdot \frac{1}{4}t = 12$$

From the second equation we obtain that $t = 120$ and when we substitute in the first equation we obtain that $r = 25$

ESERCIZIO 12

PROBLEM

Albert, Ann and Anthony are training to run in a race. They run everyday on a round racetrack from 10:00 to 11:00; they all start from the same point. Albert does a lap in 2 minutes, Ann in 3 minutes and Anthony in 4 minutes. Find:

- 1) The number N of times that Albert and Ann arrive at the starting point at the same time (including the one of the 10:00)
- 2) The number M of times that Albert and Anthony arrive at at the starting point at the same time (including the one of the 10:00)
- 3) The number O of times that Ann and Anthony arrive at the starting point at the same time (including the one of the 10:00)
- 4) The number P of times that Albert, Ann and Anthony arrive at the starting point at the same time (including the one of the 10:00)

N	
M	
O	
P	

SOLUTION

N	11
---	----

M	16
O	6
P	6

TIPS FOR THE SOLUTION

The problem is equivalent to the following: “Find:

- 1)The amount of numbers between 0 and 60 divisible for LCM(2,3)
- 2)The amount of numbers between 0 and 60 divisible for LCM(2,4)
- 3)The amount of numbers between 0 and 60 divisible for LCM(3,4)
- 4)The amount of numbers between 0 and 60 divisible for LCM(2,3,4)”

$$\text{So } N = \frac{60}{6} + 1 = 11, \quad M = \frac{60}{4} + 1 = 16, \quad O = \frac{60}{12} + 1 = 6, \quad P = \frac{60}{12} + 1 = 6$$